

1 Note

- Tempo di osservazione: T
- Richieste in arrivo osservate: $A(i)$
- Richieste completate osservate: $C(i)$
- Arrival rate:

$$\lambda = \frac{A(i)}{T}$$

- Throughput:

$$X = \frac{C(i)}{T}$$

- **Equilibrio:** $A(i) = C(i)$ durante tutto T allora $\lambda = X$ e il nodo (i) è in equilibrio
- Tempo di busy - Tempo in cui (i) è occupato: $B(i)$
- Utilizzo:

$$\frac{B(i)}{T}$$

2 Formule generali

- Service time - [s]:

$$s(i) = \frac{D(i)}{V(i)} = \frac{U(i)}{X(i)}$$

- Numero di visite - [adimensionale]:

$$V(i) = \frac{X(i)}{X} = \frac{D(i)}{s(i)}$$

- Throughput componente - [1/s]:

$$X(i) = V(i) \cdot X = \frac{U(i)}{s(i)}$$

- Throughput sistema [1/s]:

$$X = \frac{X(i)}{V(i)} = \frac{U(i)}{D(i)}$$

- Domanda [s]:

$$D(i) = V(i) \cdot s(i) = \frac{U(i)}{X}$$

- Utilizzo [adimensionale]:

$$U(i) = X \cdot D(i) = X(i) \cdot s(i)$$

- Domanda media¹ - [s]:

$$D_a = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M D(i)$$

- Domanda massima² - (*i*) è collo di bottiglia - [s]:

$$D_b = \max [D(i)]$$

- Domanda totale³ - [s]:

$$D = D_{TOT} = \sum_{i=1}^M D(i)$$

- Throughput massimo legato al collo di bottiglia - [1/s]:

$$X_{MAX} = \frac{1}{D_b}$$

3 Formule riguardanti i dischi fissi e cache

- Tempo di servizio del disco:

1. Tempo medio di seek - [ms]:

$$t_M = p \cdot t_{SEEK} + (1 - p) \cdot t_{NON-SEEK}$$

2. Tempo di latenza - [ms]:

$$t_{LATENCY} = \frac{60 \cdot 1000}{\varphi RPM} / 2$$

¹Sono SEMPRE esclusi i terminali (notare l'indice $i = 1$).

²Sono SEMPRE esclusi i terminali.

³Sono SEMPRE esclusi i terminali (notare l'indice $i = 1$).

3. Tempo di trasferimento dati - [ms]:

$$t_{TRASF} = 1000 \cdot \frac{\omega \text{KB}}{\varphi \cdot 1024 \text{KB}}$$

4. Tempo di overhead del controller - [ms]: t_{OVH}

Dunque il tempo di servizio del disco è - [ms]:

$$t_{DISCO} = t_M + t_{LATENCY} + t_{TRASF} + t_{OVH}$$

- Tempo di servizio della cache:

1. Tempo di trasferimento dati - [ms]:

$$t_{TRASF} = 1000 \cdot \frac{\omega \text{KB}}{\varphi \cdot 1024 \text{KB}}$$

2. Tempo di overhead del controller - [ms]: t_{OVH}

Dunque il tempo di servizio della cache è - [ms]:

$$t_{CACHE} = t_{TRASF} + t_{OVH}$$

- Tempo di servizio della soluzione combinata disco+cache⁴:

$$t_{D+C} = h \cdot t_{CACHE} + (1 - h) \cdot t_{DISCO}$$

4 Modello aperto - Transazionale con 1 classe

Intensità specificata dal parametro $X = \lambda$, che indica il tasso di arrivo. I clienti che hanno completato il servizio lasciano il modello.

- Tempo di risposta:

$$r(i) = \frac{s(i)}{1 - U(i)}$$

- Tempo di residenza:

$$R(i) = \frac{D(i)}{1 - X \cdot D(i)} = \frac{D(i)}{1 - U(i)}$$

- Tempo di residenza totale:

$$R = \sum_{i=1}^M R(i)$$

⁴Il parametro h è detto *hit ratio*.

5 Modello chiuso - Batch oppure Interattivo/Terminal

- Legge del tempo di risposta - Tempo medio di risposta del sistema - Tempo medio speso nel sistema da una richiesta:

$$R = \frac{N}{X} - Z$$

- Numero medio di transazioni elaborate al secondo:

$$X = \frac{N}{R + Z}$$

- Thinktime:

$$Z = \frac{N}{X} - R$$

- Numero medio di utenti collegati - Numero medio di richieste nel sistema:

$$N = (R + Z) \cdot X$$

- Tempo ciclo completo:

$$CT(N) = R(N) + Z$$

- Comportamento asintotico:

1. Andamento asintotico del tempo di risposta: retta asintotica R^5 :

$$R = \frac{N}{X_{MAX}} - Z = N \cdot D_b - Z$$

2. N^*6 :

$$N^* = \frac{D + Z}{D_b} = (D + Z) \cdot X_{MAX}$$

⁵È una retta, quindi N è il coefficiente angolare ed è un parametro da NON SOSTITUIRE. La curva R è compresa tra la retta $R = N \cdot D$ e $R = D$

⁶ N^* è il punto di intersezione tra la retta $R = D$. Inoltre, è il valore di N oltre il quale si formano necessariamente accodamenti. Infine, è il numero di utenti oltre il quale si può pensare che il tempo asintotico di risposta asintotico sia una buona approssimazione

6 Modello chiuso bilanciato (BJB)

Si ipotizzano due sistemi ideali con tutti i nodi uguali fra loro e domande pari a quella massima o a quella minima.

- Limiti inferiore e superiore del tempo di risposta $R(N)$ in funzione di N :

$$\max [N \cdot D_b - Z, R^-(N)] \leq R(N) \leq R^+(N)$$

1. **Balanced Bound - Estremo inferiore (ottimistico):**

$$R^-(N) = D + D_a \cdot \frac{(N-1)}{1 + \frac{Z}{D}}$$

2. **Balanced Bound - Estremo superiore (pessimistico):**

$$R^+(N) = D + D_b \cdot \frac{(N-1)}{1 + \frac{Z}{N \cdot D}}$$

- Limiti inferiore e superiore del throughput $X(N)$ in funzione di N :

$$\frac{N}{Z + R^+(N)} \leq X(N) \leq \min \left[\frac{1}{D_b}, \frac{N}{Z + R^-(N)} \right]$$

- **Intersezione⁷ del limite ottimistico bilanciato con quello asintotico, $N^+ > N^*$:**

$$N^+ = \frac{(D + Z)^2 - D \cdot D_a}{(D + Z) \cdot D_b - D \cdot D_a}$$

7 Metodo MVA

N	Coda Q	T di Risposta	R(N)	X(N)
0	...0...	/	/	/
1	D) ... $\frac{R(i) \cdot N}{R(N) + Z}$...	A) ... $D^*(i)$...	B) $\sum_{i=1}^M R(i)$	C) $\frac{N}{R(N) + Z}$
2		E) ... $D^*[1 + Q_{N-1}(i)]$...		

⁷ N^+ è il punto di intersezione con la retta $R = R^-(N)$